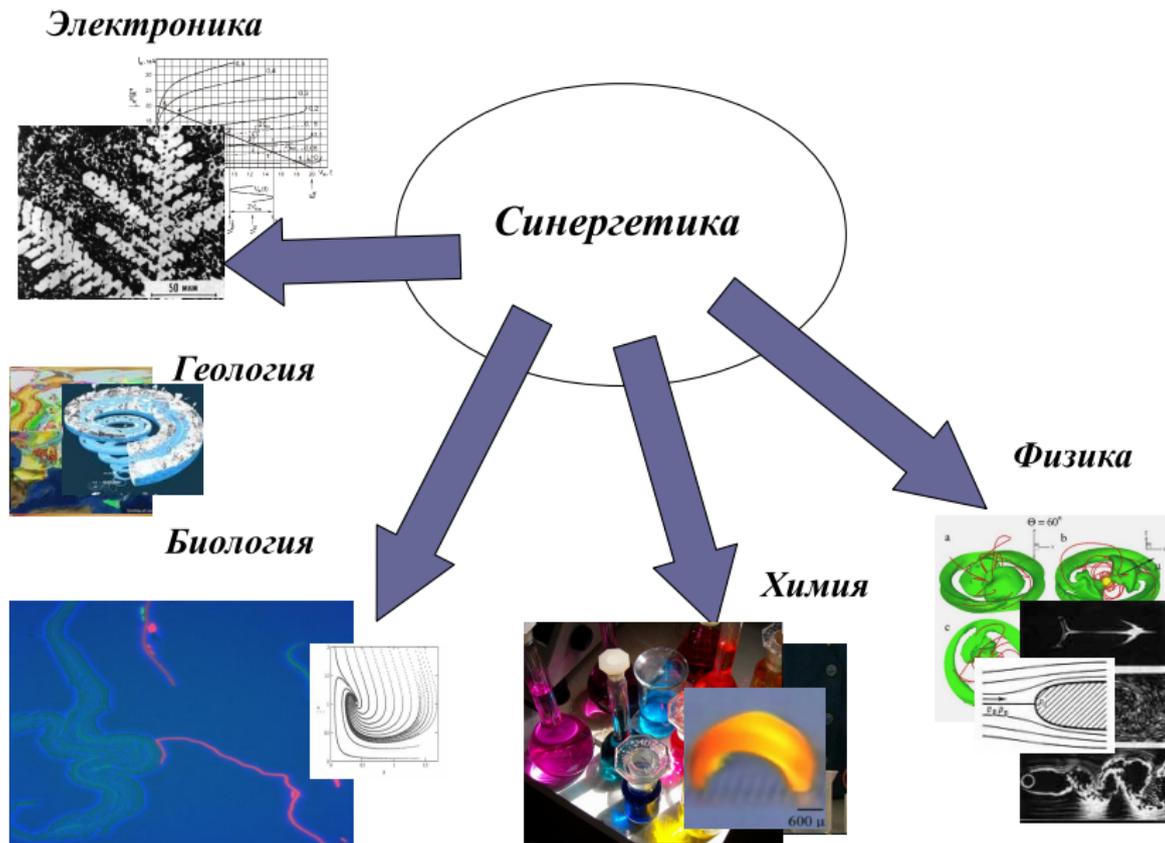


# **Применение свободного ПО для исследования поведения нелинейных динамических систем**

**Александра Игоревна Кононова  
Алексей Владиславович Городилов**

**Россия, Москва, г. Зеленоград, НИУ МИЭТ**





## Формальное описание нелинейной динамической системы

Динамика нелинейной системы с  $n$  переменными чаще всего описывается в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) [*ordinary differential equation (ODE)*] из  $n$  уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dot{x}_2 = F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots \\ \dot{x}_n = F_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases}$$

## Модель системы менеджмента качества (СМК)

Результирующая система уравнений:

$$\begin{cases} \tau_R \dot{R} &= -R + A_R S \\ \tau_S \dot{S} &= -S + A_S R U \\ \tau_U \dot{U} &= (U_e - U) - A_U S R \end{cases}$$

где

$R$  — результативность,

$S$  — качество,

$U$  — удовлетворённость

— безразмерные переменные,

$\tau_R, A_R, \tau_S, A_S, \tau_U, U_e, A_U$  — положительные параметры.

Ограничение:  $R, S, U \in [0, 1]$ .

## Особые точки модели СМК

$$\left\{ \begin{array}{l} R = 0 \\ S = 0 \\ U = U_e \end{array} \right. \quad \text{— всегда является особой точкой модели СМК,}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \pm \sqrt{\frac{U_e A_S A_R - 1}{A_U A_S}} \\ S = \pm \sqrt{\frac{U_e A_S A_R - 1}{A_U A_S A_R^2}} \\ U = \frac{1}{A_S A_R} \end{array} \right. \quad \text{— особые точки при } U_e A_S A_R > 1$$

# Запуск GNU Octave

```
$ GNUTERM=wxt
```

```
$ octave
```

```
GNU Octave, version 3.2.4
```

```
Copyright (C) 2009 John W. Eaton and others. This is free software; see  
the source code for copying conditions. There is ABSOLUTELY NO WARRANTY;  
not even for MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. For  
details, type 'warranty'.
```

```
Octave was configured for "i486-pc-linux-gnu".
```

```
Additional information about Octave is available at
```

```
http://www.octave.org.
```

```
Please contribute if you find this software useful. For more  
information, visit http://www.octave.org/help-wanted.html
```

```
Report bugs to <bug@octave.org> (but first, please read  
http://www.octave.org/bugs.html to learn how to write a helpful report).
```

```
For information about changes from previous versions, type 'news'.
```

```
octave:1>
```

# Функции GNU Octave

## Варианты вызова:

- 1 `[] = ode* (@FUN, SLOT, INIT, [OPT], [PAR1, PAR2, ...])`
- 2 `[SOL] = ode* (@FUN, SLOT, INIT, [OPT], [PAR1, PAR2, ...])`
- 3 `[T, Y, [XE, YE, IE]] = ode* (@FUN, SLOT, INIT, [OPT], [PAR1, PAR2, ...])`

## Список функций:

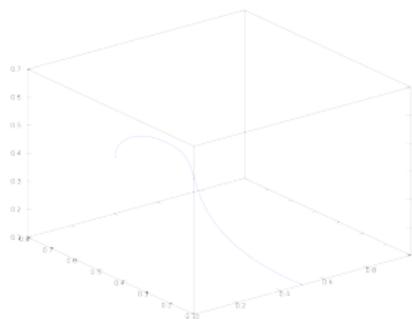
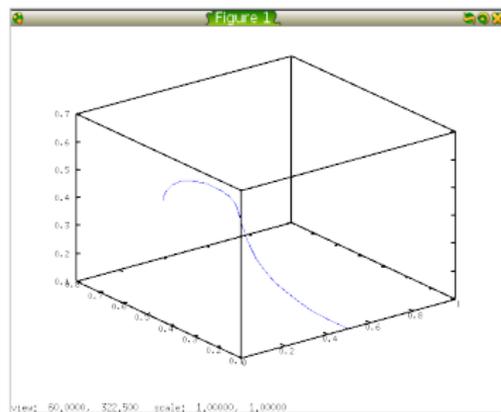
<code>ode23</code>	<code>ode5r</code>
<code>ode23d</code>	<code>ode78</code>
<code>ode2r</code>	<code>ode78d</code>
<code>ode45</code>	<code>odebda</code>
<code>ode45d</code>	<code>odebdi</code>
<code>ode54</code>	<code>odebwe</code>
<code>ode54d</code>	<code>odekdi</code>

## Задание системы в GNU Octave

```
1 function xdot=F(t,x);
2     Ue = 0.62;
3     tR = .1;
4     AR = 0.5;
5     tS = 1;
6     tU = .2;
7     AU = 1;
8     AS = 2 / (Ue*AR);
9
10    xdot=[
11        ( -x(1) + AR*x(2) ) / tR;
12        ( -x(2) + AS*x(1)*x(3) ) / tS;
13        ( Ue - x(3) - AU*x(1)*x(2) ) / tU
14    ];
15 endfunction;
```

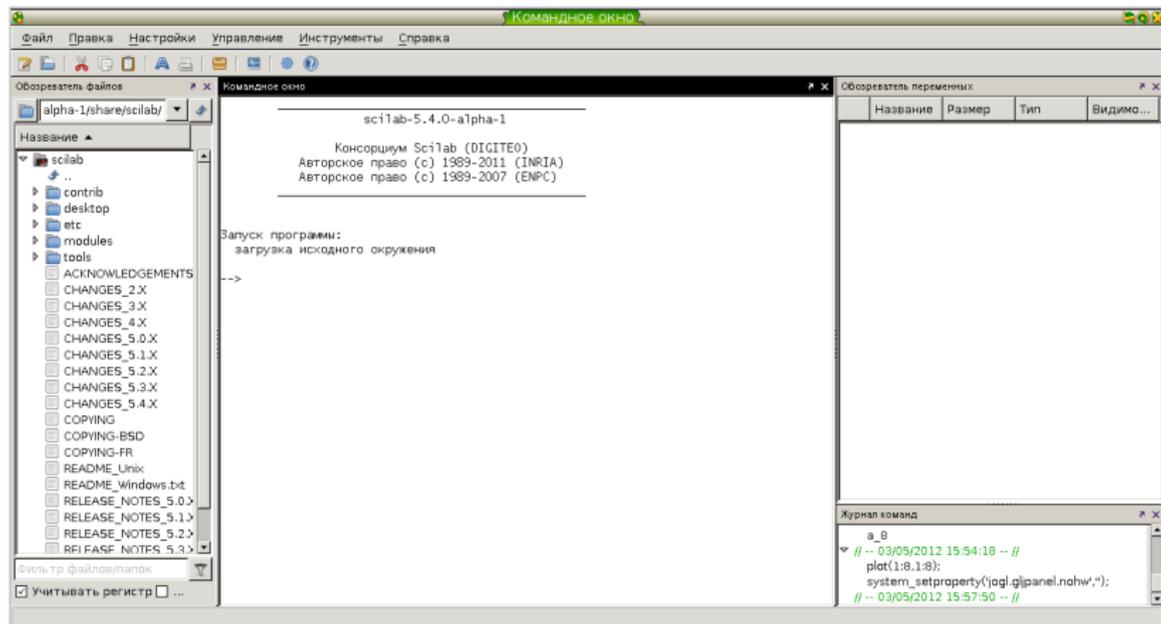
# Численное решение системы в GNU Octave

```
1 [t,x] = ode45(@F,[0 12],[0.5 0.1 0.1]);  
2 plot3(x(:,1), x(:,2), x(:,3) );  
3 save sampleo.trj x;  
4 print("trj.png");
```



# Запуск Scilab

\$ ~/bin/scilab-5.4.0-alpha-1/bin/scilab



# Функция ode Scilab

## Варианты вызова:

- 1 `y=ode(y0,t0,t,f)`
- 2 `[y,w,iw]=ode([type,]y0,t0,t [,rtol [,atol]],f  
[,jac] [,w,iw])`
- 3 `[y,rd,w,iw]=ode("root",y0,t0,t [,rtol [,atol]],f  
[,jac],ng,g [,w,iw])`
- 4 `y=ode("discrete",y0,k0,kvect,f)`

## Задание системы в Scilab

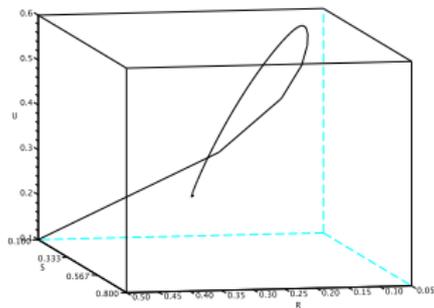
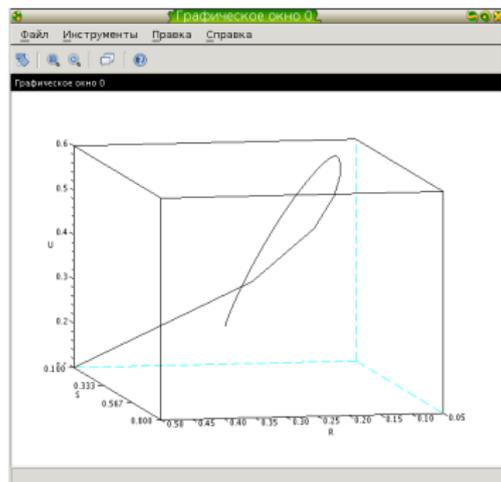
```
1 Ue = 0.62;
2 tR = .1;
3 AR = 0.5;
4 tS = 1;
5 tU = .2;
6 AU = 1;
7 AS = 2 / (Ue*AR);
8
9 function xdot=F(t,x);
10     xdot=[
11         ( -x(1) + AR*x(2) ) / tR;
12         ( -x(2) + AS*x(1)*x(3) ) / tS;
13         ( Ue - x(3) - AU*x(1)*x(2) ) / tU
14     ];
15 endfunction;
```

# Численное решение системы в Scilab

```

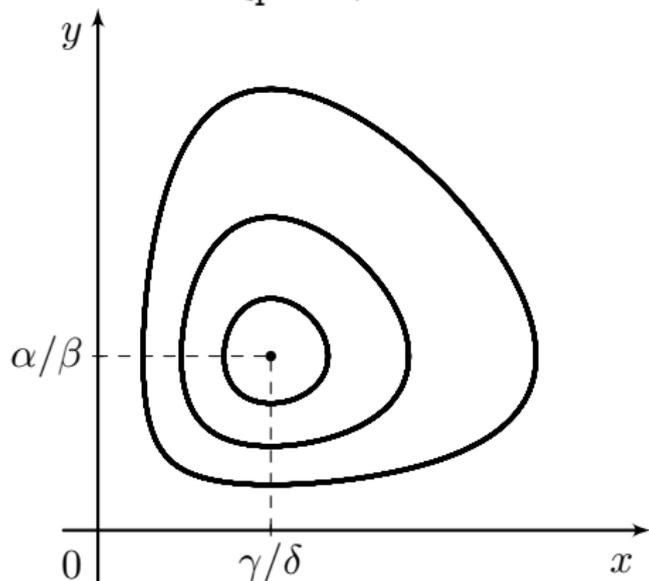
1 x0 = [0.5; 0.1; 0.1];
2 t0 = 0;
3 t=t0:0.1:12;
4 x=ode(x0, t0, t, F);
5 write('samples.trj',x);
6 param3d(x(1,:), x(2,:), x(3,:), 35, 40, 'R@S@U' );

```



# Импорт массивов координат в TikZ/PGF (L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X)

```
1 \draw plot[smooth] file
   {plots/volterralotka.trj.00};
2 \draw plot[smooth] file
   {plots/volterralotka.trj.01};
3 \draw plot[smooth] file
   {plots/volterralotka.trj.02};
```



$$\begin{cases} \dot{x} &= \alpha x - \beta xy \\ \dot{y} &= \delta xy - \gamma y \end{cases}$$

## Задание модели Лотки—Вольтерра для исследования в Хрраут

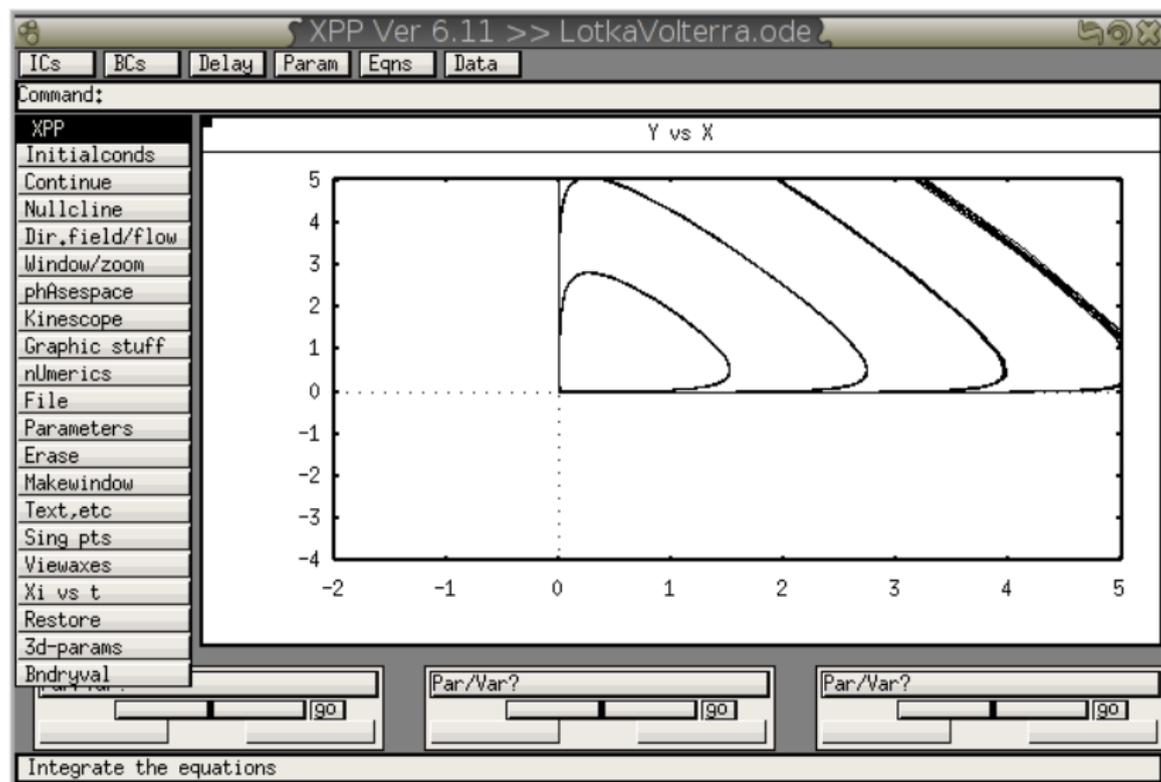
Уравнения модели Вольтерра—Лотки, описывающие взаимодействие двух видов: травоядные (жертвы) —  $x$  и хищники —  $y$ :

$$\begin{cases} \dot{x} &= \alpha x - \beta xy \\ \dot{y} &= \delta xy - \gamma y \end{cases}$$

Входной файл Хрраут:

```
1 # LotkaVolterra.ode
2 x'= a*x - b*x*y
3 y'= d*x*y - g*y
4 par a=1,b=2,d=3.7,g=1
5 init x=1,y=0.1
6 @ total=200
7 @ xp=x,yp=y,xlo=-2,xhi=5,ylo=-4,yhi=5
8 done
```

# Интерфейс Хрраут



**Спасибо за внимание!**